

FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES (I)

Ejercicio 1. Para cada una de las siguientes funciones, indica el número de variables y si son funciones reales o vectoriales. En caso de que la función sea vectoriales indica sus funciones componentes.

- i) $f(x, y) = xy$ ii) $\bar{f}(x, y) = (x, y, xy)$
iii) $\bar{f}(x, y, z) = (\sqrt{xyz}, \ln(xy^2), \sin zy, 7)$ iv) $\bar{f}(x, y) = (3, 5)$
v) $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1x_2^2 + x_3x_4 - x_5^2$ vi) $f(x, y, z) = \frac{zx^2}{y}$

Ejercicio 2. Sea D el dominio de la función $f : D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. Para cada una de las siguientes funciones, encuentra y dibuja D , D' y $\text{Fr}(D)$. Representa las gráficas con Maple o en WolframAlpha.

- i) $f(x, y) = \frac{1}{(x-5)(y+3)}$ ii) $f(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2 - 2x}$
iii) $f(x, y) = \frac{\sqrt{4x^2 - y^2 - 1}}{x^2 - y^2}$ iv) $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$
v) $f(x, y) = \frac{\ln x^2 + y - 4}{\sqrt{9 - (x-1)^2 - y^2}}$ vi) $f(x, y) = \tan(x + y)$

Ejercicio 3. Dibuja las curvas de nivel de las siguientes funciones para los valores que se indican.

- i) $f(x, y) = x^2 + y^2$; $z = 0, 1, 4, 9$
ii) $f(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$; $z = -1, 0, 1$
iii) $f(x, y) = x^2 - y^2$; $z = -4, -1, 0, 1$
iv) $f(x, y) = x^2 - x + y^2$; $z = -1/2, 0, 1/2, 1$
v) $f(x, y) = xy$; $z = -1, 0, 1, 2$
vi) $f(x, y) = 2x - y + 1$; $z = -2, -1, 0, 1, 2$

Ejercicio 4. Dibuja el dominio de las siguientes funciones de tres variables.

- i) $f(x, y, z) = \ln(3x - y + 2z - 1)$ ii) $f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$
iii) $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2 - 1}$ iv) $f(x, y, z) = e^{\frac{1}{xy}}$
v) $f(x, y, z) = \sqrt{100 - 25x^2 - 4y^2 - 25z^2}$ vi) $f(x, y, z) = \frac{1}{\sin(x^2 + y^2 - 1)}$

Ejercicio 5. Dibuja las superficies de nivel cero de las siguientes funciones de tres variables.

- i) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4$ ii) $f(x, y, z) = 16 - 4x^2 - y^2 - z^2$
iii) $f(x, y, z) = x^2 - y^2 - z$ iv) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z$
v) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 1$ vi) $f(x, y, z) = z^2 - x^2 - y^2$